

CALCULUS 1 - TD

Fiche N° 1 : Révision de calcul algébrique

1 - Calculs élémentaires et priorité des opérations

Exercice 1 - Priorité des opérations (solution ☞)

1. Calculer les expressions suivantes en respectant les priorités des opérations :

$$A = 4 \times 5 - 3 + 21 \div 3 + 4; \quad B = 4 \times (5 - 3) + 21 \div (3 + 4);$$

$$C = 1 - 2 - 3 - 4; \quad D = 1 - (2 - 3) - 4; \quad E = 1 - (2 - 3 - 4).$$

2. Dans les expressions suivantes, placer des parenthèses pour que le résultat soit égal à 50 :

$$3 + 7 \times 1 + 2 \times 2; \quad 7 \times 3 + 4 + 1; \quad 200 - 50 \div 10 - 7.$$

Exercice 2 - Fractions (solution ☞)

Évaluer les expressions suivantes :

$$\begin{array}{lll} A = \frac{3}{7} - \frac{2}{7}; & B = \frac{3}{5} + \frac{7}{5}; & C = \frac{2}{3} + \frac{4}{5}; \\ D = \frac{1}{3} - 2; & E = \frac{-2}{7} - \frac{1}{5}; & F = \frac{2}{3} + 2; \\ G = \frac{3}{7} + \frac{7}{2}; & H = \frac{3}{7} \times \frac{7}{2}; & I = -\frac{3}{5} \times \frac{7}{2}. \end{array}$$

Exercice 3 - Ordre (solution ☞)

1. Ranger la suite de nombres suivante dans l'ordre croissant :

$$\frac{7}{5}; \quad \frac{9}{5}; \quad \frac{8}{3}; \quad \frac{3}{30}; \quad 3.$$

2. Même question avec la suite :

$$\frac{11}{3}; \quad \frac{3}{8}; \quad \frac{6}{12}; \quad \frac{3}{24}; \quad 1.$$

Exercice 4 - Simplification (solution ☞)

Simplifier les expressions suivantes :

- $A = ((a - c) - (a - b)) - ((b - c) - (a - c)),$
- $B = (1 - (\frac{2}{3} + \frac{1}{4})) - (1 - (\frac{1}{4} - \frac{2}{3})) - (1 - (\frac{4}{3} - \frac{3}{4})),$
- $C = (-1 + \frac{2}{5} + \frac{1}{4}) \times (-4).$

Exercice 5 - Réduction de fractions (solution 📖)

Exprimer en une seule fraction :

$$\begin{array}{llll} A = \frac{-\frac{3}{4}}{\frac{5}{8}}; & B = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{2} + 1}; & C = \frac{\frac{2}{3} + \frac{4}{5}}{\frac{2}{5} + \frac{6}{3}}; & D = \frac{1}{\frac{1}{a}}; \\ E = \frac{\frac{1}{a}}{a}; & F = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}; & G = \frac{\frac{a}{b}}{m}; & H = \frac{a}{\frac{b}{m}}. \end{array}$$

Exercice 6 - Évaluation d'expressions algébriques (solution 📖)

Évaluer les expressions algébriques suivantes :

1. $A(x) = 4x - 1 - x - 2$ en $x = 0$, $x = 1$ et $x = -2$,
2. $B(x) = 2x^2 - 5x + 3$ en $x = 0$, $x = 2$ et $x = -3$,
3. $C(x) = (x + 1)(x - 1)$ en $x = 0$, $x = 5$ et $x = -5$,
4. $D(x) = \frac{3}{4} + \frac{x}{2} + 2x^2$ en $x = \frac{3}{2}$ et $x = -\frac{3}{2}$,
5. $E(x) = (x + 2)^3$ en $x = 0$, $x = 1$ et $x = -2$,
6. $F(x) = (x + 1)^2 - 3(x + 2) + 5$ en $x = 1$.

2 - Puissances et racines**Exercice 7 - Racines exactes (solution 📖)**

Déterminer la valeur exacte des nombres suivants :

$$\begin{array}{llll} A = \sqrt{4}; & B = \sqrt{100}; & C = \sqrt{6^2}; & D = \sqrt{9 + 16}; \\ E = \sqrt{9} + \sqrt{16}; & F = \sqrt{(-3)^4}; & G = \sqrt{0,01}; & H = \sqrt{\sqrt{81}}. \end{array}$$

Exercice 8 - Puissances (solution 📖)

Écrire les nombres suivants sous la forme d'une seule puissance :

$$\begin{array}{llll} A = 6^3 \times 6^4; & B = \frac{3}{3^{-5}}; & C = \frac{4^{-2}}{4^6}; & D = \left(\frac{2^7}{2^6}\right)^4; \\ E = 3^3 \times 5^3 & F = \frac{5^2 + 5^3 \times 5^{-1}}{2 \times 5^2}; & G = (4^{-2})^{-3}; & H = (-5^4)^3; \\ I = \sqrt{10}; & J = 5^{-\frac{1}{2}} \times 5^3; & K = a^{\frac{p}{q}} \times a^{\frac{q}{p}}; & L = \frac{4^{-1} \times 2^5 \times 8}{1^0 + 2^0 + 3^0 + 4^0}. \end{array}$$

Exercice 9 - Simplifier des puissances (solution 📖)

Écrire aussi simplement que possible les nombres suivants :

$$\begin{array}{lll} A = (2 \times \sqrt{7})^2; & B = (2 + \sqrt{7})^2; & C = (\sqrt{2} + \sqrt{6})^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{6})^2; \\ D = (1 + \sqrt{6} - \sqrt{24})^2; & E = \frac{5 + 2\sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{5 - 2\sqrt{6}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}; & F = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2}. \end{array}$$

3 - Développer et factoriser, identités remarquables

Exercice 10 - Développer (solution 📖)

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 3x(2x + 3);$$

$$B = (5x^3 - 2x)(3x - 4x^2);$$

$$C = (2x^2 + x - 1)(2x - 1);$$

$$D = (2x^2 + 2x - 4)(x^2 - 2x + 5).$$

Exercice 11 - Factoriser (solution 📖)

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 2x + 6y + 4;$$

$$B = 2tx + 6t + 4t;$$

$$C = t^2 + 2t - 4t^3;$$

$$D = 3y - 9z + 3;$$

$$E = 3y^2 - 9yz + 12yz^2;$$

$$F = 4x^2y^2 + 2xy - 6xyz.$$

Exercice 12 - Développer via les identités remarquables (solution 📖)

En utilisant les identités remarquables, développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (2x + 1)(2x - 1);$$

$$B = (1 + 2x)(1 - 2x);$$

$$C = (2x - 1)^2;$$

$$D = \left(\frac{3}{2}x^3 + \frac{2}{5}y^2\right)^2$$

$$E = (x + 1)^2 - (x - 1)^2;$$

$$F = (x + y - z + t)(x - y + z + t).$$

Exercice 13 - Factoriser via les identités remarquables (solution 📖)

En utilisant les identités remarquables, factoriser les expressions suivantes :

$$A = x^2 - 64;$$

$$B = 4y^2 - 100;$$

$$C = 25x^2 + 20xy + 4y^2;$$

$$D = (2x^2 + 1)^2 - (4x - 2)^2;$$

$$E = x^2 - 2 + \frac{1}{x^2};$$

$$F = (x + 1)^2 - (x - 1)^2.$$

Corrections des exercices

Solution 1 - Priorité des opérations (🔗 exercice)

1. En utilisant la règle des priorité des opérations, on obtient :

$$A = 28; \quad B = 11; \quad C = -8; \quad D = -2; \quad E = 6.$$

2. Il faut placer les parenthèses comme ceci pour obtenir 50 :

$$(3 + 7) \times (1 + 2 \times 2); \quad 7 \times (3 + 4) + 1; \quad (200 - 50) \div (10 - 7).$$

Solution 2 - Fractions (🔗 exercice)

On a les résultats :

$$\begin{array}{lll} A = \frac{3}{7} - \frac{2}{7} = \frac{1}{7}; & B = \frac{3}{5} + \frac{7}{5} = 2; & C = \frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{22}{15}; \\ D = \frac{1}{3} - 2 = -\frac{5}{3}; & E = \frac{-2}{7} - \frac{1}{5} = -\frac{17}{35}; & F = \frac{2}{3} + 2 = \frac{8}{3}; \\ G = \frac{3}{7} + \frac{7}{2} = \frac{55}{14}; & H = \frac{3}{7} \times \frac{7}{2} = \frac{3}{2}; & I = -\frac{3}{5} \times \frac{7}{2} = -\frac{21}{10}. \end{array}$$

Solution 3 - Ordre (🔗 exercice)

1. La suite suivante a été rangée par ordre croissant :

$$\frac{3}{30} < \frac{7}{5} < \frac{9}{5} < \frac{8}{3} < 3.$$

2. La suite suivante a été rangée par ordre croissant :

$$\frac{3}{24} < \frac{3}{8} < \frac{6}{12} < 1 < \frac{11}{3}.$$

Solution 4 - Simplification (🔗 exercice)

$$A = a - c; \quad B = -\frac{21}{12}; \quad C = \frac{7}{5}.$$

Solution 5 - Réduction de fractions (🔗 exercice)

$$\begin{array}{llll} A = -\frac{6}{5}; & B = \frac{4}{9}; & C = \frac{11}{18}; & D = \frac{a}{1} = a; \\ E = \frac{1}{a^2}; & F = \frac{ab}{a+b}; & G = \frac{a}{bm}; & H = \frac{am}{b}. \end{array}$$

Solution 6 - Évaluation d'expressions algébriques (🔗 exercice)

1. $A(0) = -3;$ $A(1) = 0;$ $A(-2) = -9,$
2. $B(0) = 3;$ $B(2) = 1;$ $B(-3) = 36,$
3. $C(0) = -1;$ $C(5) = 24;$ $C(-5) = 24,$
4. $D\left(\frac{3}{2}\right) = 6;$ $D\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{2},$
5. $E(0) = 8;$ $E(1) = 27;$ $E(-2) = 0,$
6. $F(1) = 0.$

Solution 7 - Racines exactes (🔗 exercice)

$$\begin{array}{llll}
A = 2; & B = 10; & C = 6; & D = 5; \\
E = 7; & F = 9; & G = 0, 1; & H = 3.
\end{array}$$

Solution 8 - Puissances (🔗 exercice)

$$\begin{array}{llll}
A = 6^7; & B = 3^6; & C = 4^{-8}; & D = 2^4; \\
E = 15^3 & F = 1; & G = 4^6; & H = -5^{12}; \\
I = 10^{\frac{1}{2}}; & J = 5^{\frac{5}{2}}; & K = a^{\frac{p^2+q^2}{pq}}; & L = 2^4.
\end{array}$$

Solution 9 - Simplifier des puissances (🔗 exercice)

$$\begin{array}{lll}
A = 28; & B = 11 + 2\sqrt{7}; & C = 16; \\
D = 7 - 2\sqrt{6}; & E = 2\sqrt{2} & F = \sqrt[4]{60} = 60^{\frac{1}{4}}.
\end{array}$$

Solution 10 - Développer (🔗 exercice)

$$\begin{array}{ll}
A = 6x^2 + 9x; & B = -20x^5 + 15x^4 + 8x^3 - 6x^2; \\
C = 4x^3 - 3x + 1; & D = 2x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 18x - 20.
\end{array}$$

Solution 11 - Factoriser (🔗 exercice)

$$\begin{array}{lll}
A = 2(x + 3y + 2); & B = 2t(x + 3 + 2) = 2t(x + 5); & C = t(t + 2 - 4t^2); \\
D = 3(y - 3z + 1); & E = 3y(y - 3z + 4z^2); & F = 2xy(2xy + 1 - 3z).
\end{array}$$

Solution 12 - Développer via les identités remarquables (🔗 exercice)

$$\begin{array}{ll}
A = 4x^2 - 1; & B = 1 - 4x^2; \\
C = 4x^2 - 4x + 1; & D = \frac{9}{4}x^6 + \frac{6}{5}x^3y^2 + \frac{4}{25}y^4 \\
E = 4x; & F = x^2 + 2xt + t^2 - y^2 + 2yz - z^2.
\end{array}$$

Solution 13 - Factoriser via les identités remarquables (🔗 exercice)

$$\begin{array}{lll}
A = (x + 8)(x - 8); & B = (2y + 10)(2y - 10); & C = (5x + 2y)^2; \\
D = (2x^2 + 4x - 1)(2x^2 - 4x + 3); & E = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2; & F = 4x.
\end{array}$$